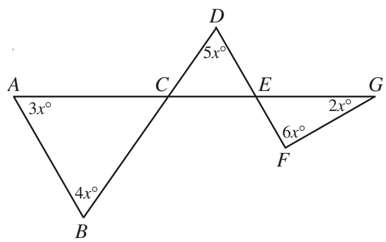
PART A

1. An operation "∇" is defined by $a \nabla b = a^2 + 3^b$.
What is the value of $(2 \nabla 0) \nabla (0 \nabla 1)$?

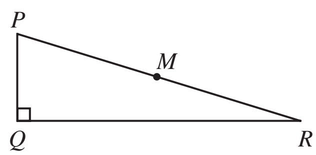
2. In the given diagram, what is the value of x?



3. A regular hexagon is a six-sided figure which has all of its angles equal and all of its side lengths equal. If P and Q are points on a regular hexagon which has a side length of 1, what is the maximum possible length of the line segment PQ?

4. Solve for x:
$$2\left(2^{2x}\right) = 4^x + 64.$$

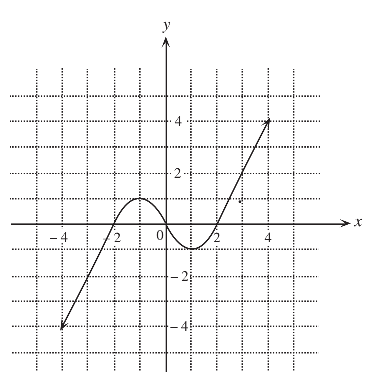
5. Triangle PQR is right-angled at Q and has side lengths $PQ = 14$ and $QR = 48$. If M is the midpoint of PR, determine the cosine of $\angle MQP$.



6. The sequence of numbers $t_1, t_2, t_3, \ldots$ is defined by and $t_{n+1} = \dfrac{t_n - 1}{t_n + 1}$, for every positive integer n. Determine the numerical value of t_{999}.

7. If a can be any positive integer and
$$\begin{aligned} 2x + a &= y \\ a + y &= x \\ x + y &= z \end{aligned}$$
determine the maximum possible value for $x + y + z$.

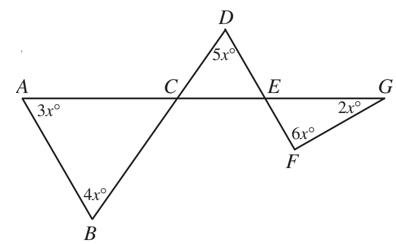
8. The graph of the function $y = g(x)$ is shown. Determine the number of solutions of the equation $\left||g(x)| - 1\right| = \frac{1}{2}$.



PARTIE A

1. On définit une opération « ∇ » comme suit : $a \nabla b = a^2 + 3^b$.
Quelle est la valeur de $(2 \nabla 0) \nabla (0 \nabla 1)$?

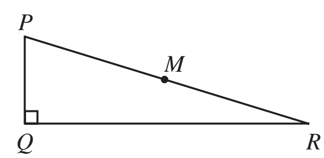
2. Dans le diagramme ci-contre, quelle est la valeur de x?



3. Un hexagone régulier est un polygone à 6 côtés dont tous les angles sont congrus et tous les côtés sont congrus. Soient P et Q des points sur un hexagone régulier dont les côtés ont une longueur de 1. Quelle est la longueur maximale possible du segment PQ?

4. Résoudre l'équation suivante : $2\left(2^{2x}\right) = 4^x + 64$

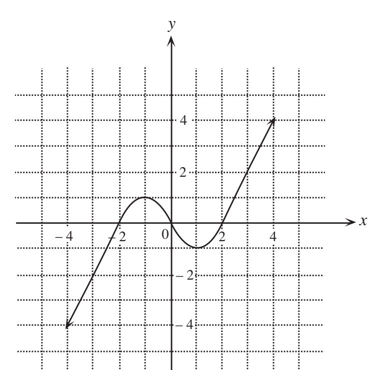
5. Le diagramme illustre un triangle rectangle PQR, dans lequel $PQ = 14$ et $QR = 48$. M est le milieu du côté PR. Déterminer le cosinus de l'angle MQP.



6. On définit une suite de nombres, $t_1, t_2, t_3, \ldots$, comme suit : $t_1 = 2$ et $t_{n+1} = \dfrac{t_n - 1}{t_n + 1}$, pour tout entier strictement positif n. Déterminer la valeur numérique de t_{999}.

7. Sachant que a peut prendre la valeur de n'importe quel entier strictement positif et que
$$\begin{aligned} 2x + a &= y \\ a + y &= x \\ x + y &= z, \end{aligned}$$
déterminer la valeur maximale possible de l'expression $x + y + z$.

8. La représentation graphique de la fonction définie par $y = g(x)$ est donnée ci-dessous. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $\left||g(x)| - 1\right| = \frac{1}{2}$.



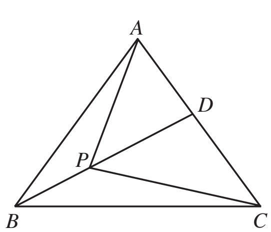
PART B

1. The triangular region T has its vertices determined by the intersections of the three lines $x+2y=12$, $x=2$ and $y=1$.
   (a) Determine the coordinates of the vertices of T, and show this region on the grid provided.
   (b) The line $x+y=8$ divides the triangular region T into a quadrilateral Q and a triangle R. Determine the coordinates of the vertices of the quadrilateral Q.
   (c) Determine the area of the quadrilateral Q.

2. (a) Alphonse and Beryl are playing a game, starting with a pack of 7 cards. Alphonse begins by discarding at least one but not more than half of the cards in the pack. He then passes the remaining cards in the pack to Beryl. Beryl continues the game by discarding at least one but not more than half of the remaining cards in the pack. The game continues in this way with the pack being passed back and forth between the two players. The loser is the player who, at the beginning of his or her turn, receives only one card. Show, with justification, that there is always a winning strategy for Beryl.
   (b) Alphonse and Beryl now play a game with the same rules as in (a), except this time they start with a pack of 52 cards, and Alphonse goes first again. As in (a), a player on his or her turn must discard at least one and not more than half of the remaining cards from the pack. Is there a strategy that Alphonse can use to be guaranteed that he will win? (Provide justification for your answer.)

3. (a) If $f(x)=x^2+6x+c$, where c is an integer, prove that $f(0)+f(-1)$ is odd.
   (b) Let $g(x)=x^3+px^2+qx+r$, where p, q and r are integers. Prove that if $g(0)$ and $g(-1)$ are both odd, then the equation $g(x)=0$ cannot have three integer roots.

4. Triangle ABC is isosceles with $AB=AC=5$ and $BC=6$. Point D lies on AC and P is the point on BD so that $\angle APC=90°$.
   If $\angle ABP=\angle BCP$, determine the ratio $AD:DC$.



PARTIE B

1. Les sommets d'une région triangulaire T sont les points d'intersection des droites définies par $x+2y=12$, $x=2$ et $y=1$.
   a) Déterminer les coordonnées des sommets de T et tracer la région dans le plan cartésien fourni à cet effet.
   b) La droite d'équation $x+y=8$ divise la région triangulaire T en deux, formant ainsi un quadrilatère Q et un triangle R. Déterminer les coordonnées des sommets du quadrilatère Q.
   c) Déterminer l'aire du quadrilatère Q.

2. a) Alphonse et Béatrice jouent aux cartes. Au début, le jeu compte 7 cartes. Alphonse commence en retirant du jeu au moins une des cartes, mais pas plus de la moitié des cartes. Il remet ensuite le reste du jeu de cartes à Béatrice. Celle-ci retire du jeu au moins une des cartes, mais pas plus de la moitié des cartes qui sont encore dans le jeu. Elle remet ensuite le reste du jeu de cartes à Alphonse. Ils continuent de la sorte, à tour de rôle. La perdante ou le perdant est celui ou celle qui reçoit une seule carte lorsqu'on lui remet le jeu. Démontrer qu'il existe toujours une stratégie gagnante pour Béatrice. Justifier son raisonnement.
   b) Alphonse et Béatrice jouent aux cartes selon les règlements de la partie a), mais en commençant avec un jeu de 52 cartes. Alphonse joue premier. Comme dans la partie a), la personne qui reçoit le jeu doit retirer du jeu au moins une des cartes, mais pas plus de la moitié des cartes qui sont encore dans le jeu. Y a-t-il une stratégie qu'Alphonse peut suivre pour garantir qu'il gagnera? Justifier son raisonnement.

3. a) Soit
   $$f(x)=x^2+6x+c$$
   c étant un entier. Démontrer que $f(0)+f(-1)$ est impair.
   b) Soit
   $$g(x)=x^3+px^2+qx+r$$
   p, q et r étant des entiers. Démontrer que si $g(0)$ et $g(-1)$ sont impairs tous les deux, alors l'équation $g(x)=0$ ne peut admettre trois racines entières.

4. Le diagramme illustre un triangle isocèle ABC dans lequel $AB=AC=5$ et $BC=6$. Le point D est situé sur le côté AC et le point P est situé sur le segment BD de manière que $\angle APC=90°$. Déterminer le rapport $AD:DC$, sachant que $\angle ABP=\angle BCP$.