Olympiade mathématique du Canada
1987

Problème 1

Trouver toutes les solutions de l'équation $a^2 + b^2 = n!$ pour les entiers positifs a, b et n vérifiant $a \leq b$ et $n < 14$.

Problème 2

Le nombre 1987 s'écrit à trois chiffres, xyz, dans une certaine base b. Si $x+y+z = 1+9+8+7$, déterminer toutes les valeurs possible de x, y, z et b.

Problème 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme et E un point entre B et C sur la droite BC. Si les triangles DEC, BED et BAD sont isocèles quelles sont les valeurs possible de l'angle DAB?

Problème 4

Les n participants à une joute de pistolets à eau prennent position sur la plateforme de facon que les $(n-1)$ distances de chacun des joueurs aux autres soient différentes. Au signal, chaque tireur arrose le joueur le plus proche. Si n est impair, montrer qu'au moins un joueur n'est pas touché. Cela est-il toujours vrai si n est pair?

Problème 5

Pour tout entier positif n, montrer que

$$[\sqrt{n} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n+1}] = [\sqrt{4n+2}] = [\sqrt{4n+3}]$$

où $[x]$ est le plus grand entier au plus égal à x. (Par exemple, $[2.3] = 2$, $[\pi] = 3$, $[5] = 5$).