Olympiade mathématique du Canada
1983

Problème 1

Trouver tous les entiers positifs w, x, y et z qui satisfont $w! = x! + y! + z!$.

Problème 2

Soit $\mathbf{R}$ l'ensemble des nombres réels. Soit F la famille des transformations $\{T_r : r \in \mathbf{R}\}$ où T_r transforme le point (x, y) en le point $(2^r x, r2^r x + 2^r y)$. Trouver toutes les courbes $y = f(x)$ dont le graphe est invariant pour chacune des transformations de F.

Problème 3

L'aire d'un triangle est déterminée par les longueurs de ses côtés. Est-il vrai que le volume d'un tétraèdre est déterminé par les aires de ses faces?

Problème 4

Démontrer que pour tout nombre premier p il existe une infinité d'entiers positifs n tels que p divise $2^n - n$.

Problème 5

La moyenne géométrique (M.G.) de k nombres positifs est par définition la racine k-ème de leur produit. (Par exemple la M.G. de 3, 4 et 18 est 6). Montrer que la M.G. d'un ensemble S de n nombres positifs est égale à la M.G. des moyennes géométriques de tous les sous-ensembles non vides de S.